



Zestaw 13

GIMNAZJUM

1. Zapisano w wierszu kolejno 2017 liczb. Pierwsza zapisana liczba jest równa 8 oraz suma każdych kolejnych siedmiu liczb jest równa 70. Ile może być równa ostatnia z zapisanych liczb?
2. W sześciokącie $ABCDEF$ wszystkie kąty mają 120° . Udowodnij, że symetralne odcinków AB , CD i EF przecinają się w jednym punkcie.
3. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x + 2y + 3z = 14 \end{cases}$$

LICEUM

1. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C ma miarę 120° . Na półprostej CA wybrano punkty A_1, A_2 zaś na półprostej CB wybrano punkty B_1, B_2 . Wewnątrz kąta ACB wybrano punkty C_1, C_2 w ten sposób, że trójkąty $A_1B_1C_1$ i $A_2B_2C_2$ są równoboczne. Wykaż, że punkty C, C_1, C_2 leżą na jednej prostej.
2. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie

$$x^3 = 2y^3 + 4z^3$$

3. Wykaż, że trójkąt o kątach α, β, γ jest ostrokątny wtedy i tylko wtedy, gdy $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$