



## Zestaw 14

---

### GIMNAZJUM

1. W pewnym turnieju uczestniczyło 7 drużyn. Każda drużyna rozegrała z każdą inną dokładnie jeden mecz. Za zwycięstwo w meczu drużyna otrzymywała 3 punkty, za porażkę 0 punktów, a za remis 1 punkt. Po turnieju okazało się, że suma punktów zdobytych przez wszystkie drużyny wynosi 56. Wykaż, że istnieje takich pięć drużyn, z których każda co najmniej jeden raz zremisowała.
2. Każdy punkt płaszczyzny należy pomalować na pewien kolor w taki sposób, aby każda prosta była jednokolorowa lub dwukolorowa. Jaka jest największa możliwa liczba kolorów, których można użyć do pomalowania punktów tej płaszczyzny? Odpowiedź uzasadnij.
3. Udowodnij, że nie istnieje taka trójka liczb całkowitych nieparzystych  $a, b, c$ , że
$$\sqrt{a-c} + \sqrt{b-c} = \sqrt{a+b}$$

### LICEUM

1. Wyznacz największą liczbę naturalną  $k$  taką, że liczba  $2018!$  jest wielokrotnością liczby  $10^k$
2. Udowodnij, że żaden element zbioru  $S = \{6n + 2; n \in N\}$  nie jest kwadratem liczby całkowitej.
3. Udowodnij, że  $(2n + 2)$ -cyfrowa liczba  $\underbrace{11 \dots 1}_n \underbrace{22 \dots 2}_{n+1} 5$  jest, dla dowolnego  $n$ , kwadratem liczby naturalnej.