



## Zestaw 16

---

### GIMNAZJUM

1. Oblicz  $x^2 + y^2 + z^2 - xyz$

$$\text{dla } x = 999 \frac{1}{999}, y = 1000 \frac{1}{1000}, z = 999000 \frac{1}{999000}$$

2. Niech  $a, b, c, d$  będą różnymi liczbami naturalnymi. Wiadomo, że zbiory  $\{a, b, 6\}$ ,  $\{6, 7, c\}$ ,  $\{a, b, 8\}$ ,  $\{b, d, 9\}$  są podzbiórami zbioru  $\{a, b, c, d\}$ . Wyznacz  $a, b, c, d$ .

3. Basen opróżnia się przez otwór w dnie w ciągu czterech godzin. Jeden z dwóch kranów napełnia basen w ciągu 1 godziny, a drugi w ciągu 2 godzin. Otwieramy oba krany i otwór w dnie. Oblicz w jakim czasie napełnimy basen.

### LICEUM

1. Znajdź liczbę  $c$ , dla której granica ciągu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{3^{n+c} - 2^n}{\sqrt{5^n + 9^{n-2c}}}$$

Jest równa 2.

2. Oblicz  $\log_9 \cos \frac{11\pi}{6} - \log_9 \sin \frac{29\pi}{6}$

3. Dana jest półsfera o promieniu  $R$  i leżące na niej dwa styczne do siebie okręgi o promieniu  $r$ . Wyznacz największą odległość między dwoma punktami należącymi do tych okręgów.