



Zestaw 19

GIMNAZJUM

1. Rozstrzygnij, czy istnieje taka liczba naturalna n , dla której $\sqrt[5]{5n}$, $\sqrt[6]{6n}$ i $\sqrt[7]{7n}$ są liczbami naturalnymi.

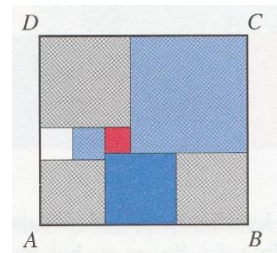
2. Liczby całkowite m i n spełniają równanie

$$(m - n)^2 = \frac{4mn}{m + n - 1}$$

Udowodnij, że liczba $m + n$ jest kwadratem liczby całkowitej.

3. Prostokąt $ABCD$ podzielono na kwadraty tak, jak na rysunku.

Wiadomo, że $AB = 32$ cm. Ile centymetrów długości ma bok AD ?



LICEUM

1. Rozstrzygnij, czy istnieje taka liczba naturalna n , dla której $\sqrt[6]{6n}$ i $\sqrt[8]{8n}$ są liczbami naturalnymi.

2. Liczby naturalne x i y spełniają warunek $NWW(x, y) = 8 \cdot NWD(x, y)$. Udowodnij, że $8x = y$ lub $8y = x$.

3. Na boku AB równoległoboku $ABCD$ obrano punkt M , a na bokach AD i CB takie punkty P i Q , że odcinki PM i QM są równoległe do przekątnych równoległoboku.

Udowodnij, że trójkąty PDM i QCM mają równe pola.

