



## Zestaw 1

---

### GIMNAZJUM

- Wykaż, że jeżeli  $a, b, c$  są liczbami całkowitymi, to co najmniej jedna z liczb  $\frac{1}{2}(a + b)$ ,  $\frac{1}{2}(b + c)$ ,  $\frac{1}{2}(c + a)$  jest całkowita.
- Co ile minut długa wskazówka zegara dogania krótką?
- Czy można od sznurka o długości  $\frac{16}{31}$  metra odciąć kawałek o długości  $\frac{1}{2}$  metra, nie posługując się linijką?

### LICEUM

- Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie:

$$x(x + 1) + (x + 1)(x + 2) + \dots + (x + 2017)(x + 2018) = 2017 + 2018x$$

- Połowę księgarskiej półki zajmują słowniki o grubości 5 cm, a drugą połowę – encyklopedie o grubości 7 cm. Udowodnij, że na tej półce znajduje się co najmniej 12 woluminów.
- Skróć ułamek:

$$\frac{x + y - 2\sqrt{xy}}{\sqrt{-x} + \sqrt{-y}}$$