



## Zestaw 4

---

### GIMNAZJUM

1. Dwóch uczonych napisało na siedmiu kartkach liczby od 5 do 11. Przemieszawszy te karteczki pierwszy wziął trzy z nich a drugi dwie, a ostatnie dwie, nie patrząc, co jest na nich napisane, wyrzucili do kosza. Zajrzawszy do swoich kartek pierwszy uczyony powiedział do drugiego: „Wiem, że suma liczb na twoich kartkach jest liczbą parzystą”. Jakie liczby były napisane na kartkach pierwszego uczonego?
2. Czy można w komórkach tablicy  $6 \times 6$  umieścić liczby naturalne w ten sposób, że w każdym prostokącie  $4 \times 1$  suma liczb jest liczbą parzystą, a suma wszystkich liczb w tej tablicy jest liczbą nieparzystą?
3. Punkt  $P$  jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta równobocznego  $ABC$ . Odległości punktu  $P$  od boków  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  są odpowiednio równe  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Wykaż, że dla danego trójkąta  $x + y + z$  jest wielkością stałą.

### LICEUM

1. Czy można wypełnić tablice:
  - a)  $4 \times 4$
  - b)  $5 \times 5$liczbami w ten sposób, by iloczyn w każdej kolumnie był liczbą dodatnią, a w każdym wierszu liczbą ujemną?
2. Wokół fontanny na dziedzińcu pałacu cesarza ustawiono dziesięć posągów różnej wagi. Cesarz, wielki miłośnik sztuki i matematyki rozkazał, by pomiędzy każdymi dwoma posągami umieścić kulę, której waga równa jest różnicy wag tych posągów. Nadworny matematyk zauważył, że w takim przypadku kule można podzielić na dwie grupy o równych ciężarach. Czy matematyk miał rację?
3. Udowodnij, że obraz ortocentrum trójkąta w symetrii względem prostej zawierającej bok trójkąta leży na okręgu opisanym na tym trójkącie.