



## Zestaw 5

---

### GIMNAZJUM

1. Uzasadnij, że liczba 300-cyfrowa składająca się ze 100 zer, 100 jedynek i 100 dwójek nie może być kwadratem liczby naturalnej.
2. Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  liczba  $\frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$  jest kwadratem liczby naturalnej.
3. Uzasadnij, że

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

### LICEUM

1. Liczby 1, 2, 3, ..., 9 podzielono na 3 grupy. Uzasadnij, że iloczyn liczb w co najmniej jednej grupie jest większy od 72.
  2. Uzasadnij, że
- $$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 1 + \dots + n(3n + 1) = n(n + 1)^2$$
3. Uzasadnij, że  $2^{10} + 5^{12}$  jest liczbą złożoną.