



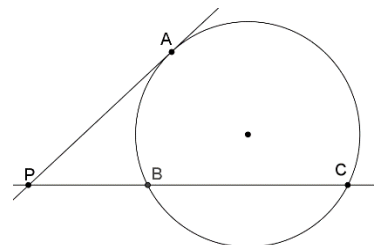
Zestaw 9

GIMNAZJUM

1. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AB = 10$, $AC = BC = 20$. Obliczyć długość odcinka łączącego punkty styczności okręgu wpisanego w ten trójkąt do boków AC i BC .

2. Z punktu P leżącego na zewnątrz okręgu poprowadzono styczną do okręgu w punkcie A i sieczną przecinającą okrąg w punktach B i C . Udowodnij, że

$$PA^2 = PB \cdot PC$$



3. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkt P jest punktem przecięcia przekątnych tego czworokąta. Udowodnij, że jeżeli $PA \cdot PC = PB \cdot PD$, to na czworokącie $ABCD$ można opisać okrąg.

LICEUM

1. Dany jest trapez $ABCD$ o polu 15 i podstawach AB i CD . Dwusieczna kąta ABC jest prostopadła do ramienia AD i przecina je w takim punkcie E , że $\frac{AE}{ED} = 2$. Obliczyć pola figur ABE i $EBCD$, na które został podzielony trapez.

2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ nie będący trapezem. Punkt P jest punktem przecięcia prostych AD i BC . Udowodnij, że jeżeli $PA \cdot PD = PB \cdot PC$, to na czworokącie $ABCD$ można opisać okrąg.

3. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość poprowadzona z wierzchołka A przecina okrąg o średnicy BC w punktach K i L , a wysokość poprowadzona z wierzchołka B przecina okrąg o średnicy AC w punktach M i N . Udowodnij, że na czworokącie $KMLN$ można opisać okrąg.

