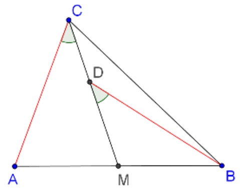
Zestaw 11

GIMNAZJUM



1. Punkt M jest środkiem boku AB trójkąta ABC. Na środkowej CM znajduje się taki punkt D, że $AC = BD$. Udowodnij, że $\measuredangle MCA = \measuredangle MDB$.

2. Czy istnieje taka całkowita dodatnia liczba *n*, że 2*n* jest kwadratem liczby całkowitej, zaś 1024*n* jest czwartą potęgą liczby całkowitej? Odpowiedź uzasadnij.

3. Pan Kowalski sprzedaje buty. Dziś rano przyszedł do niego klient i dość szybko zdecydował się na mokasyny za 80 zł. Wręczył panu Kowalskiemu banknot 200 zł, ale ten niestety nie miał wydać. Poszedł więc do sąsiedniego kiosku i rozmienił 200 zł. Klient zabrał buty i 120 zł reszty i poszedł. Po dziesięciu minutach do sklepu pana Kowalskiego wpadł zdenerwowany właściciel kiosku stwierdzając, że wręczony mu banknot 200 zł jest fałszywy. Niestety, klient dawno zniknął i pan Kowalski musiał oddać 200 zł z własnych pieniędzy. Pan Kowalski był smutny – dzień się tak dobrze zapowiadał, a on tyle stracił. No właśnie – ile stracił? Przyjmujemy, że buty były warte 80 zł.

LICEUM

1. Czy istnieją takie cztery dodatnie liczby całkowite, że dowolne dwie z nich mają największy wspólny dzielnik większy od 1, a dowolne trzy z nich mają największy wspólny dzielnik równy 1? Odpowiedź uzasadnij

2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

3. Jakie są dwie ostatnie cyfry liczby 2011^{2011}. Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązania należy oddać do piątku 17 kwietnia do godziny 12.30 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.

Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.