



## Zestaw 12

---

### GIMNAZJUM

1. Liczby naturalne od 1 do 101 zapisane po kolei tworzą w ten sposób liczbę. Rozstrzygnij, czy ta liczba jest złożona. Czy jest ona kwadratem pewnej liczby naturalnej?

2. Wykaż, że dla każdego  $x \neq 0$  zachodzi nierówność

$$x^{10} + \frac{1}{x^{10}} + (x^2 + x^4 + x^6 + x^8)\left(1 + \frac{1}{x^{10}}\right) \geq 10$$

3. W trójkącie  $ABC$  poprowadzono dwusieczną kąta  $A$ . Wyznaczyć kąty trójkąta  $ABC$ , jeśli środek okręgu wpisanego w trójkąt  $ABD$  jest jednocześnie środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ .

### LICEUM

1. Wyznacz wszystkie liczby naturalne, które są 11 razy większe od sumy swych cyfr.

2. Niech  $d_1, d_2, d_3, d_4$  będą odległościami punktu wewnętrznego czworokąta wypukłego od jego wierzchołków. Wykaż, że

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \geq 2\sqrt{2S}$$

gdzie  $S$  oznacza pole czworokąta.

3. Czy istnieje ostrosłup, którego podstawą jest czworokąt wypukły i którego dwie przeciwległe ściany są prostopadłe zarówno do siebie, jak i do podstawy ostrosłupa? Odpowiedź uzasadnij.

*Rozwiązania należy oddać do piątku 24 kwietnia do godziny 12.30 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.*

**Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.**

---

