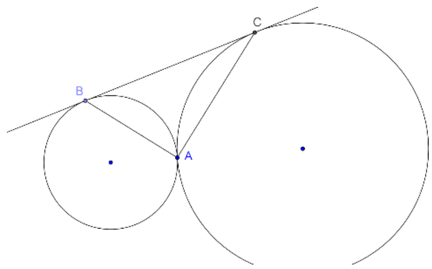
Zestaw 17

GIMNAZJUM

1. Na okręgu umieszczono 2010 punktów białych i 1 punkt czerwony. Rozpatrujemy wszystkie możliwe wielokąty o wierzchołkach w tych punktach. Których wielokątów jest więcej: mających czerwony wierzchołek, czy mających tylko białe wierzchołki? Odpowiedź uzasadnij.

2. Boki prostokąta mają długości 10 i 24. Przekątną podzielono ten prostokąt na dwa trójkąty. Oblicz odległość środków okręgów wpisanych w te trójkąty.

3. Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie w punkcie A poprowadzono wspólną styczną BC (punkty B i C są punktami styczności). Udowodnij, że odcinki AB i AC są prostopadłe.



LICEUM

1. Przez wierzchołek A kwadratu $ABCD$ poprowadzono prostą przecinającą przedłużenia boków BC i CD odpowiednio w punktach M i N. Udowodnij, że:

$$\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AB^2}$$

2. Każde pole tablicy o wymiarach 5×5 pomalowano albo na czarno, albo na biało. Wykaż, że można tak wybrać dwa wiersze i dwie kolumny tej tablicy, aby cztery pola na ich przecięciach były tego samego koloru.

3. Znajdź wszystkie funkcje takie, ze dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniona jest równość

$$(f(x+y))^2 = \left(f(x)\right)^2 + (f(y))^2$$

Rozwiązania należy oddać do piątku 29 maja do godziny 12.30 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.

Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.