

## Zestaw 20

ostatni w tym roku szkolnym



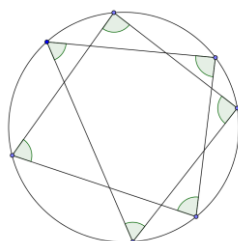
### GIMNAZJUM

1. Liczby  $a, b, c$  są dodatnie. Wykaż, że:

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{(a+1)(b+1)} + \frac{c}{(a+1)(b+1)(c+1)} < 1$$

2. Ile dzielników ma liczba  $2^2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 + 2^3 \cdot 3^7$ ?

3. Oblicz sumę siedmiu zaznaczonych kątów:



### LICEUM

1. Uzasadnij, że dowolnej liczby naturalnej  $n$ :

$$(n+1)(n+2)(n+3) \cdot \dots \cdot 2n = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$$

2. Wiadomo, że liczba  $a$  jest  $n$  razy większa od liczby  $b$ , a suma liczb  $a$  i  $b$  jest  $m$  razy większa od ich różnicy. Znaleźć sumę  $m+n$ , wiedząc, że  $m$  i  $n$  należą do liczb naturalnych.

3. Dany jest pięciokąt wypukły  $ABCDE$ , w którym  $BC = CD$ ;  $DE = EA$ ;  
 $\sphericalangle BCD = \sphericalangle DEA = 90^\circ$ . Wykaż, że z odcinków o długościach  $AC, CE, EB$  można zbudować trójkąt oraz wyznacz miary jego kątów, znając miarę  $\alpha$  kąta  $ACE$  i miarę  $\beta$  kąta  $BEC$ .

*Rozwiązania należy oddać do piątku 19 czerwca do godziny 12.30 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.*

**Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.**

