



### Zestaw 3.

#### GIMNAZJUM

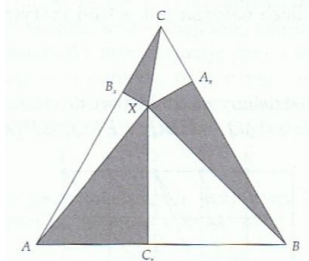
- Liczbę 5797 rozłóż na sumę dwóch składników tak, aby jeden ze składników miał na końcu zero i aby po skreśleniu tego zera otrzymać drugi składnik tej sumy.
- Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{7}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 35 \end{cases}$$

- W trójkącie prostokątnym środkowa poprowadzona z wierzchołka kąta prostego jest równa 10 i dzieli kąt prosty w stosunku 1 : 2. Oblicz pole trójkąta.

#### LICEUM

- Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku 1. Dla punktu  $X$  wewnątrz tego trójkąta przez  $p_X$  oznaczamy sumę pól trójkątów  $XAC_X$ ,  $XBA_X$  oraz  $XCB_X$ , gdzie  $A_X$ ,  $B_X$ ,  $C_X$  są rzutami prostokątnymi punktu  $X$  odpowiednio na boki  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  (trójkąty zaznaczone na rysunku na szaro).



Znaleźć zbiór wszystkich możliwych wartości wyrażenia  $p_K - p_L$  dla punktów  $K, L$  z wnętrza trójkąta  $ABC$ .

- W trójkąt ostrokątny  $ABC$  o polu  $S$  wpisano kwadrat  $KLMN$  o polu  $P$  w taki sposób, że punkty  $K$  i  $L$  leżą na boku  $AB$ , a punkty  $M$  i  $N$  leżą odpowiednio na bokach  $BC$  i  $CA$ . Oblicz sumę długości boku  $AB$  i wysokości trójkąta  $ABC$  poprowadzonej z wierzchołka  $C$ .
- Pewna grupa liczy  $2n + 1$  osób. Każdy człowiek w tej grupie ma dokładnie  $n$  znajomych i  $n$  nieznanym. Udowodnij, że  $n$  jest liczbą parzystą.

Rozwiązania należy oddać do piątku 30 stycznia koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi (tak długo, jak długo uda się go zastać w szkole :) lub swojemu nauczycielowi matematyki.

