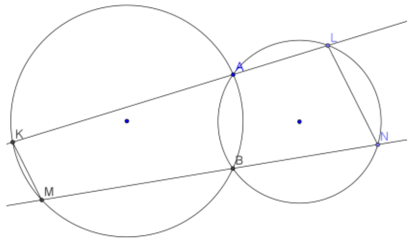
**Zestaw 8**

## GIMNAZJUM

1. Udowodnij, że jeżeli $x^2 + \frac{1}{x^2}$ jest liczbą całkowitą, to również $x^4 + \frac{1}{x^4}$ jest liczbą całkowitą.

2. Dane są dwa okręgi, przecinające się w punktach $A$ i $B$. Przez punkt $A$ poprowadzono sieczną obu okręgów, przecinającą pierwszy z nich w punktach $A$ i $K$, zaś drugi w punktach $A$ i $L$. Analogicznie przez punkt $B$ poprowadzono sieczną przecinającą oba okręgi odpowiednio w punktach $M$ i $B$ oraz $N$ i $B$. Udowodnij, że odcinki $KM$ i $LN$ są równoległe.




3. Danych jest 111 dodatnich liczb całkowitych. Wykaż, że spośród nich można wybrać 11 takich liczb, których suma jest podzielna przez 11.

## LICEUM

1. Miara każdego kąta sześciokąta $ABCDEF$ jest równa 120° . Udowodnij, że symetralne odcinków $AB$, $CD$ i $EF$ przecinają się w jednym punkcie.

2. Uzasadnij, że dla dowolnego $m$ całkowitego ułamek $\frac{14m+3}{21m+4}$ jest nieskracalny.

3. Wykaż, że obraz ortocentrum trójkąta w symetrii osiowej względem prostej zawierającej dowolny bok trójkąta należy do okręgu opisanego na tym trójkącie.

*Rozwiązania należy oddać do piątku 20 lutego do godziny 12.30 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki.*

**Na stronie internetowej szkoły w zakładce Konkursy i olimpiady można znaleźć wyniki dotychczasowych rund i rozwiązania zadań.**

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.