



Zestaw 11

1. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele trójek (a, b, c) dodatnich liczb całkowitych spełniających równość:

$$a^3 + 3b^6 = c^2$$

2. Udowodnij, że, jeżeli $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \frac{d}{D}$, to

$$\sqrt{Aa} + \sqrt{Bb} + \sqrt{Cc} + \sqrt{Dd} = \sqrt{(a + b + c + d)(A + B + C + D)}$$

Wszystkie występujące w zadaniu liczby są dodatnie.

3. Wykaż, że $(2n + 2)$ -cyfrowa liczba $\underbrace{11 \dots 1}_n \underbrace{22 \dots 2}_{n+1} 5$ jest dla dowolnego n kwadratem liczby naturalnej.