

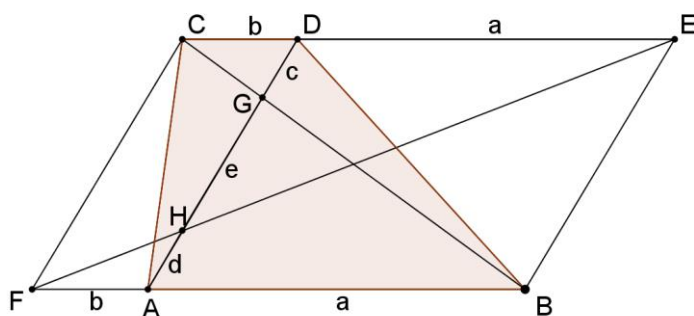


Zestaw 29

1. Wybieramy losowo cięciwę danego okręgu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona miała długość większą niż długość boku trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg?

2. Znajdź błąd w poniższym rozumowaniu:

Udowodnimy, że nie istnieje żaden trapez. Załóżmy, że czworokąt ABCD jest trapezem o równoległych bokach AB i CD i oznaczmy długości tych boków odpowiednio przez a i b . Następnie uzupełnijmy ten trapez do równoległoboku, jak na rysunku poniżej i poprowadźmy przekątną FE. Oznaczmy długość odcinka DG przez c , odcinka AH przez d a odcinka GH przez e .



Z podobieństwa trójkątów CDG i ABG dostajemy: $\frac{b}{c} = \frac{a}{d+e}$, a z podobieństwa trójkątów HED i FAH dostajemy: $\frac{b}{d} = \frac{a}{c+e}$. Wyliczamy z obu tych równań e , porównujemy do siebie i dostajemy:

$$\begin{aligned}\frac{ac}{b} - d &= \frac{ad}{b} - c \\ ac - bd &= ad - bc \\ ac - ad &= -bc + bd \\ a(c - d) &= -b(c - d) \\ a &= -b\end{aligned}$$

Ponieważ obie liczby a i b są nieujemne, więc są równe zero, więc nie ma czworokąta o równoległych bokach!

3. Przy okrągłym stole siedzi kilku panów tak, że każdy ma dwóch sąsiadów. Każdy ma przy sobie pewną ilość złotych. Pan A ma o złotówkę więcej niż Pan B, Pan B o złotówkę więcej niż Pan C i tak dalej. Pan A daje Panu B złotówkę. Następnie Pan B daje Panu C 2 złote i tak dalej. Każdy daje o złotówkę więcej niż dostał tak długo, jak długo jest to możliwe. Na końcu okazuje się, że jeden z panów ma cztery razy więcej pieniędzy niż pewien inny. Ilu panów siedzi przy stole?