



Zestaw 31

1. Dany jest sześcian $ABCD A' B' C' D'$ o krawędzi długości 1. Na krawędziach BB' i CC' obrano takie punkty P i Q , że $\sphericalangle APB = \sphericalangle B'PQ = \sphericalangle PQC = \sphericalangle C'QD'$. Oblicz wartość sumy $AP + PQ + QD'$.

2. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i ABD w punktach K i L . Wykaż, że jeżeli K i L są środkami ciężkości trójkątów ABC i ABD , to trójkąty te są przystające.

3. Udowodnij, że jeśli r jest promieniem sfery wpisanej w pewien czworościan, a S sumą pól jego ścian, to objętość danego czworościanu wynosi $\frac{1}{3}rS$ a następnie wykaż, że jeśli dodatkowo h_A, h_B, h_C, h_D są wysokościami tego czworościanu poprowadzonymi odpowiednio z wierzchołków A, B, C, D , to

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{h_A} + \frac{1}{h_B} + \frac{1}{h_C} + \frac{1}{h_D}$$