



Zestaw 32

1. W przyjęciu wzięło udział 17 osób. Czy jest możliwe, żeby każdy z uczestników znał dokładnie 5 osób? (zakładamy, że jeśli A zna B, to B zna A)
2. W rozgrywkach ligi piłkarskiej wzięło udział $2n$ drużyn ($n \geq 2$) i odbyło się $2n - 1$ kolejek. W każdej kolejce każda drużyna rozegrała jeden mecz. Dowolne dwie drużyny spotkały się ze sobą podczas rozgrywek w dokładnie jednym meczu. Ponadto w każdym meczu jedna drużyna była gospodarzem, a druga — gościem. Drużynę nazwiemy podróżującą, jeżeli w dowolnych dwóch sąsiednich kolejkach była ona raz gospodarzem i raz gościem. Udowodnić, że istnieją co najwyżej dwie drużyny podróżujące.
3. W balu wzięło udział 102 królewiczów i 103 królewny. Po balu okazało się, że każdy królewicz zatańczył z taką samą liczbą królewien. Udowodnij, że pewne dwie królewny zatańczyły z taką samą liczbą królewiczów.