



Zestaw 19

1. W trójkąt ostrokątny ABC o polu S wpisano kwadrat $KLMN$ o polu P w taki sposób, że punkty K i L leżą na boku AB , a punkty M i N leżą odpowiednio na bokach BC i CA . Oblicz sumę długości boku AB i wysokości trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka C .
2. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC > BC$. Punkt P jest rzutem prostokątnym punktu B na dwusieczną kąta ACB . Punkt M jest środkiem odcinka AB . Wiedząc, że $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, oblicz długość odcinka PM .
3. Do n zaadresowanych kopert włożono losowo n listów, do każdej koperty po jednym liście. Przez p_k oznaczamy prawdopodobieństwo tego, że dokładnie k listów trafi do właściwych kopert. Wykazać, że jeśli $n \geq 100$, to

$$p_0 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n \leq \frac{\log \sqrt{\pi n}}{2\pi n!} e^{-\pi n}$$