



## Zestaw 33

---

1. Trójkąt Pascala zdefiniujemy jako tablicę liczb zawierającą w rzędzie o numerze  $n$  na miejscu o numerze  $k$  liczbę  $\binom{n}{k}$ .

Zarówno rzędy, jak i miejsca w rzędach numerujemy od 0. Udowodnij, że poza skrajnymi jedynkami, każda liczba w trójkącie Pascala jest sumą liczb stojących nad nią.

0						1						
1						1	1					
2						1	2	1				
3						1	3	3	1			
4						1	4	6	4	1		
5						1	5	10	10	5	1	
6						1	6	15	20	15	6	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2. Na ile sposobów można  $n$  kul rozmieścić w  $n$  pudełkach tak, żeby dokładnie dwa pudełka zostały puste? Załóż, że  $n \geq 3$  oraz zarówno kule, jak i pudełka są między sobą rozróżnialne. Opisz, jak będziesz te kule rozmieszczać.

3. Wykaż, że w trójkącie ABC odległość wierzchołka C od ortocentrum jest dwa razy większa niż odległość środka okręgu opisanego od boku AB.