



Zestaw 7

1. Inwersją względem okręgu o środku O i promieniu r nazywamy przekształcenie, które punktowi A przyporządkowuje taki punkt A' , że A' leży na prostej OA i $|OA| \cdot |OA'| = r^2$.
Z punktu A leżącego na zewnątrz okręgu o środku O prowadzimy dwie proste styczne do tego okręgu w punktach B i C . Punkt A' jest punktem przecięcia prostych OA i BC . Udowodnij, że punkt A' jest obrazem punktu A w inwersji względem wspomnianego okręgu.
2. Dodatnią liczbę całkowitą x zwiększono o 20% a następnie zmniejszono o 70% uzyskując liczbę całkowitą y . Udowodnij, że iloczyn xy jest kwadratem liczby całkowitej.
3. Udowodnij, że dla dowolnego n naturalnego ułamek $\frac{n+4}{2n+7}$ jest nieskracalny.