



Zestaw 11

1. W czworokącie wypukłym ABCD przekątne AC i BD są równej długości. Punkty M i N są odpowiednio środkami boków AD i BC. Wykaż, że prosta MN tworzy równe kąty z przekątnymi AC i BD.
2. Wykaż, że dla dowolnych i różnych od zera liczb rzeczywistych x i y wyrażenie

$$3 \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) - 8 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + 10$$

przyjmuje wartości nieujemne.

3. Wyznacz parametr m tak, żeby układ równań

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y = m \end{cases}$$

miał dokładnie jedno rozwiązanie.