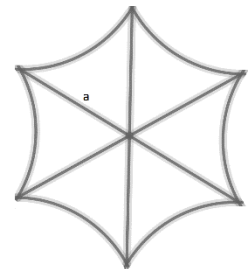




Zestaw 15

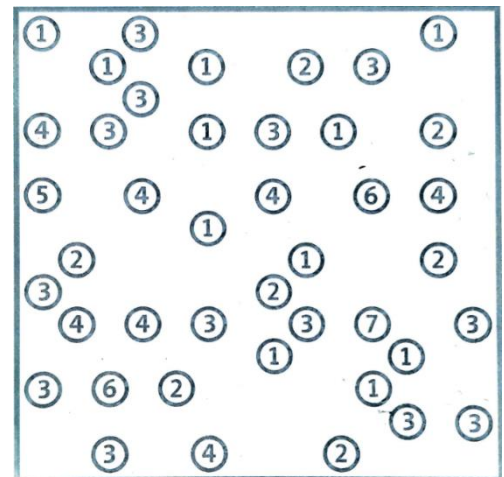
KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

1. Udowodnij, że jeśli a jest całkowite to liczba $a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a$ jest podzielna przez 24.
2. Policz długość odcinka a , jeśli wiadomo, że pole gwiazdki wynosi $(3\sqrt{3} - \pi)$ i jej krawędzie to równe części jednego okręgu.
3. Połącz wyspy mostami zgodnie z zasadami:



- Mosty można przeprowadzić tylko w kierunkach poziomym i pionowym.
- Każdy most musi łączyć dwie wyspy.
- Mosty nie mogą się przecinać ani nie mogą przechodzić przez wyspy.
- Dwie wyspy mogą być połączone między sobą najwyżej dwoma mostami.

Liczby na wyspach mówią, ile mostów wychodzi z danej wyspy.



KLASY PO GIMNAZJUM

1. Czworokąt ABCD jest wpisany w okrąg o promieniu R . Punkty KLMN są środkami odpowiednio boków AB, BC, CD i DA. Wykaż, że okręgi opisane na trójkątach AKN, KBL, LCM i MDN są przystające.
2. Udowodnij, że jeżeli a, b, c, d są liczbami wymiernymi i $a + \sqrt{b} = c + \sqrt{d}$ oraz przynajmniej jedna z liczb \sqrt{b}, \sqrt{d} jest niewymierna, to $a = c$ i $b = d$.
3. Znajdź wszystkie pary liczb wymiernych dodatnich spełniających równanie

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{106 + \sqrt{2020}}$$