



Zestaw 18

KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

1. W polach tablicy 4x4 umieszczono liczbę -1 i piętnaście liczb $+1$. Można jednocześnie zmienić znaki wszystkich liczb w jednym wierszu lub jednej kolumnie. Czy po pewnej liczbie takich zmian można uzyskać tablicę wypełnioną samymi jedynkami? Odpowiedź uzasadnij.
2. Mamy do dyspozycji 6 odcinków. Mają one odpowiednio długości: 1, 2, 3, 2019, 2020, 2021. Ile różnych trójkątów możemy z nich ułożyć?
3. Liczby a, b spełniają warunek $2a + a^2 = 2b + b^2$. Wykaż, że jeżeli liczba a jest całkowita, to liczba b także jest całkowita.

KLASY PO GIMNAZJUM

1. Czy istnieje wielościan, w którym każda ściana ma kąty wewnętrzne nie mniejsze niż 90° i ma on 2021 krawędzi? Odpowiedź uzasadnij.
2. Dany jest osiemdziesięciokąt foremny. Połowę jego wierzchołków pomalowano na biało, a połowę na czarno. Udowodnij, że można te 80 wierzchołków podzielić na 20 grup po 4 tak, żeby w każdej grupie były dwa wierzchołki białe i dwa czarne, i żeby te cztery wierzchołki były wierzchołkami prostokąta.
3. Udowodnij, że inwersja względem okręgu o środku O przekształca prostą k nieprzechodzącą przez punkt O na okrąg przechodzący przez punkt O . O inwersji była mowa w zestawie 7.