



Zestaw 20

KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

1. Rozwiąż układ równań:

$$2x^2 + y^2 = 4$$

$$2xy - 2x = -5.$$

2. W pewnym turnieju piłkarskim bierze udział 2021 drużyn. Rozgrywki prowadzone są w kolejne soboty systemem pucharowym: przegrywający odpada (jeśli jest remis decydują rzuty karne). Jeśli w danej rundzie jest nieparzysta liczba drużyn, jedna z drużyn przechodzi do następnej rundy bez rozgrywania meczu (ta drużyna jest losowana). Ile trzeba rozegrać spotkań, żeby wyłonić zwycięzcę?

3. Czy istnieje wielościan wypukły mający dokładnie 100 ścian, z których przynajmniej jedna jest 99-kątem i taki, że w każdym jego wierzchołku zbiegają się dokładnie trzy krawędzie? Odpowiedź uzasadnij.

KLASY PO GIMNAZJUM

1. Dany jest trapez ABCD o podstawach AB i CD, w którym $AC = BC$. Punkt M jest środkiem ramienia AD. Wykaż, że $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CBD$.

2. Czy istnieje wielościan wypukły, w którym każda ściana ma inną ilość krawędzi? Odpowiedź uzasadnij.

3. Liczba a da się przedstawić w postaci sumy kwadratów dwóch liczb całkowitych. Czy liczba $2020a$ również da się przedstawić w postaci sumy kwadratów dwóch liczb całkowitych? Odpowiedź uzasadnij.