

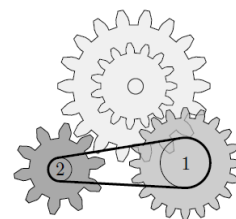


## Zestaw 31

---

### KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

1. Pudełko na klocki ma kształt trójkąta równobocznego o boku  $a$  cm. Pudełko jest szczelnie wypełnione przez  $2n$  klocków, z których  $n$  jest w kształcie trójkąta równobocznego o boku 1 cm, a  $n$  — trójkąta równobocznego o boku 2 cm (jest jedna warstwa klocków). Jaka jest najmniejsza możliwa wartość  $a$ ?
2. Średnica koła numer 1 wynosi 24 mm. Oblicz średnicę koła numer 2.
3. Na planszy o wymiarach  $9 \times 9$  gramy w statki. Każdy z graczy oprócz innych statków posiada pancernik reprezentowany przez prostokąt o wymiarach  $5 \times 1$  lub  $1 \times 5$ . Jaką minimalną liczbę strzałów musimy oddać, by choć raz trafić pancernik, niezależnie od jego lokalizacji?



### KLASY PO GIMNAZJUM

1. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich  $x, y$  prawdziwa jest nierówność
$$x^4 + y^4 > xy^3$$
2. W trójkącie ostrokątnym  $ABC$   $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ . Punkty  $P$  i  $Q$  są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów  $A$  i  $B$  na proste  $BC$  i  $AC$ . Punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$ . Udowodnij, że trójkąt  $PMQ$  jest równoboczny.
3. Na pewnej wyspie żyją trzy rodziny. Do każdej z nich należy dwóch synów i dwie córki. Na ile sposobów można zaaranżować sześć małżeństw (kobieta + mężczyzna) pomiędzy tymi osobami, zakładając, że małżeństwa pomiędzy rodzeństwem są zabronione.