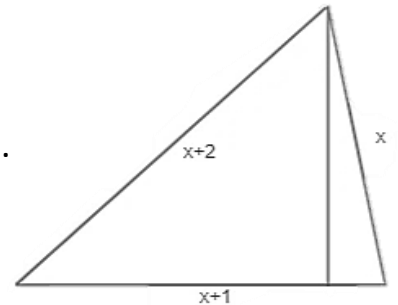




Zestaw 31

KLASY PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

1. Pewien trójkąt ma boki o długościach: $x, x + 1, x + 2$ gdzie $x > 3$. Wysokość poprowadzona na bok o długości $x + 1$ dzieli ten bok na dwa odcinki. Wykaż, że jeden z tych odcinków jest o 4 dłuższy od drugiego.



2. Pewna klasa liczy 20 uczniów, wpisanych do dziennika pod numerami od 1 do 20. Ustaw uczniów w pary tak, by suma numerów uczniów każdej pary była podzielna przez 6.

3. Niech $xyz = 1, a = x + \frac{1}{x}, b = y + \frac{1}{y}, c = z + \frac{1}{z}$. Wykaż, że jeżeli abc jest liczbą całkowitą, to $a^2 + b^2 + c^2$ też jest liczbą całkowitą.

KLASY PO GIMNAZJUM

1. Dany jest kwadrat ABCD. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F tak, że $BE + DF = EF$. Udowodnij, że kąt EAF ma 45° .

2. W konfiguracji z zadania 1 udowodnij, że środek okręgu opisanego na trójkącie AEF leży na przekątnej AC danego kwadratu.

3. W konfiguracji z zadania 1 punkt G jest rzutem prostokątnym punktu A na prostą EF, a punkty H oraz I są odpowiednio punktami wspólnymi przekątnej BD z odcinkami AE i AF. Udowodnij, że proste AG, EI oraz FH przecinają się w jednym punkcie.

