



Zestaw 3

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. W każdym ruchu bierzemy jeden z kawałków papieru i rwiemy go na 4 części. Czy zaczynając z jednego kawałka papieru możemy w pewnym momencie dostać 2021 kawałków?
2. Na tablicy napisane są wszystkie liczby całkowite od 1 do 2022. Wybieramy cztery z nich i zwiększamy je o 1. Czy po pewnej ilości takich ruchów możemy uzyskać 2022 takie same liczby?
3. Znajdź najmniejszą liczbę zakończoną cyfrą 6 o tej własności, że przeniesienie tej cyfry na początek da nam liczbę cztery razy większą od wyjściowej.

KLASY TRZECIE

1. Dane są takie dodatnie liczby całkowite a, b , że iloczyn ab jest podzielny przez sumę $a + b$. Niech d będzie największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b . Udowodnij, że $d \geq \sqrt{a + b}$.
2. Udowodnij, że jeżeli $a \neq b$ są liczbami naturalnymi, to $NWD(a, b) \leq \frac{a+b}{3}$
3. Udowodnij, że na ogół $NWD(a, b, c) \cdot NWW(a, b, c) \neq abc$, ale $NWD(ab, bc, ca) \cdot NWW(a, b, c) = abc = NWD(a, b, c) \cdot NWW(ab, bc, ca)$.