



Zestaw 5

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Znajdź wszystkie trójki (x, y, n) liczb naturalnych spełniających równanie:

$$102x + 153y = 2^n$$

2. Wykaż, że krawędzi sześcianu nie można ponumerować liczbami od 1 do 12 tak, by suma numerów krawędzi wychodzących z każdego wierzchołka była taka sama. Czy można spełnić ten warunek numerując krawędzie dwunastoma różnymi liczbami ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 13\}$?

3. Oblicz pole pięciokąta wypukłego ABCDE, w którym boki AB, CD i EA mają długość 1, a suma długości boków BC i DE wynosi 1 oraz kąty ABC i DEA są proste

KLASY TRZECIE

1. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie

$$x^2 - 7y = 10$$

2. Równoległobok ABCD nie jest prostokątem. Okrąg opisany na trójkącie BCD przecina prostą AC w punkcie $M \neq C$. Udowodnij, że prosta BD jest prostą styczną do okręgów opisanych na trójkątach ADM i ABM.

3. Niech S, T, U będą punktami styczności okręgu wpisanego w trójkąt ABC z bokami odpowiednio BC, CA i AB, a punkt I niech będzie środkiem tego okręgu. Wykaż, że rzut punktu B na prostą AI leży na prostej ST.