



Zestaw 7

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Czworokąt ABCD jest wpisany w okrąg ω . Wykazać, że dwusieczne kątów ACB i ADB przecinają się w punkcie leżącym na okręgu ω .
2. Punkty A, B, C, D leżą w tej kolejności na okręgu o środku w punkcie O. Kąt AOB ma miarę α , a kąt COD ma miarę β . Jaką miarę ma kąt ostry między cięciwami AC i BD?
3. Dany jest równoległobok oraz dwa okręgi: średnicą jednego jest dłuższy bok równoległoboku, a średnicą drugiego krótszy bok równoległoboku. Okręgi te przecięły się wewnątrz równoległoboku. Udowodnij, że punkt przecięcia leży na przekątnej równoległoboku.

KLASY TRZECIE

1. Liczby rzeczywiste a, b, c spełniają równość $abc = 1$. Oblicz

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca}$$

2. Dane są liczby całkowite a, b, c , dla których zachodzi równość

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ca$$

Udowodnij, że ab jest kwadratem liczby całkowitej.

3. Udowodnij, że jeżeli a, b, c są różnymi liczbami, to

$$a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \neq 0$$