



## Zestaw 9

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. W sześciokącie ABCDEF każdy kąt ma  $120^\circ$ . Udowodnij, że sumy długości odcinków wychodzących z przeciwległych wierzchołków są równe (np.  $AB + AF = DC + DE$ )
2. W trójkącie ABC punkt M jest środkiem boku AB oraz  $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ . Udowodnij, że  $CM \geq \frac{\sqrt{3}}{6} AB$
3. Udowodnij, że jeżeli liczby  $x, y, z$  spełniają równość  $(x + y + z)^2 = x^2 - y^2 + z^2$ , to znajduje się wśród nich para liczb przeciwnych.

### KLASY TRZECIE

1. Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Na przedłużeniu boku AC poza punkt C wybrano punkt D. Na przedłużeniu boku BC poza punkt C wybrano taki punkt E, że  $BD = DE$ . Wykaż, że  $AD = CE$ .
2. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, w którym  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ . Punkty D i E są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów A i B na proste BC i AC. Punkt M jest środkiem boku AB. Wykaż, że trójkąt DEM jest trójkątem równobocznym.
3. Dane są liczby naturalne  $m, n, k$ , takie, że  $m^2 + n^2 = k^2$ . Udowodnij, że iloczyn  $mnk$  jest liczbą podzielną przez 60