



## Zestaw 10

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Wyznacz wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych  $(x, y)$  spełniających równanie  $x^8 - y^8 = 6305$ .
2. Czy istnieją takie liczby całkowite  $x, y$ , że liczba  $x^4 - y^4$  kończy się cyframi 1000?
3. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -5 \\ x + y^2 = 2 \end{cases}$$

### KLASY TRZECIE

1. Niech  $L_n = n^{n^4} - n^{n^2}$ . Udowodnij, że  $547 | L_n$  dla każdego  $n \in N$ .
2. Wiadomo, że liczba pierwsza  $p$  dzieli  $111 \dots 1$ , gdzie cyfra 1 występuje  $p$  razy. Udowodnij, że  $p = 3$ .
3. Udowodnij, że jeżeli  $\sphericalangle C \neq 90^\circ$  w trójkącie ABC, to  $A'B' \perp OC$ , gdzie  $A'$  i  $B'$  to spodki wysokości opuszczonych odpowiednio z wierzchołków A i B, a O to środek okręgu opisanego.