



Zestaw 13

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Kogut kosztuje 5 monet, kura 3 monety, a za jedną monetę można kupić 3 kurczęta. Za 100 monet kupiono 100 ptaków. Ile było wśród nich kogutów, kur i kurcząt?
2. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B . Z punktu B poprowadzono ich średnice BM i BN . Wykaż, że
$$BM^2 - BN^2 = AM^2 - AN^2$$
3. Wykaż, że liczba $3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{998} + 3^{999}$ jest podzielna przez 13.

KLASY TRZECIE

1. Na okręgu o środku O obrano punkt A , przez który poprowadzono styczną do okręgu oraz sieczną przecinającą okrąg w punkcie B . Sieczna okręgu przechodząca przez jego środek i prostopadła do odcinka OB przecina sieczną AB w punkcie C , a styczną w punkcie D . Wykaż, że trójkąt ACD jest równoramienny.
2. Wykaż, że dla dowolnej liczby całkowitej n większej od 3 iloczyn liczby utworzonej z ostatniej cyfry liczby 2^n i liczby utworzonej przez pozostałe cyfry tej liczby jest zawsze podzielny przez 6.
3. Znajdź najmniejszą taką liczbę naturalną n , że dla każdej liczby całkowitej dodatniej k liczba $n + 2^k$ ma co najmniej dwa różne dzielniki pierwsze.