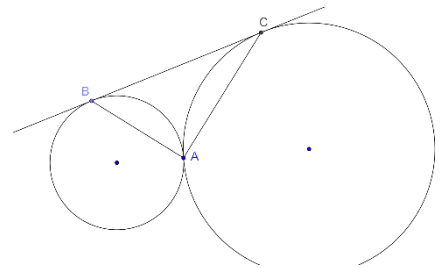




Zestaw 14

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Na okręgu umieszczono 2021 punktów białych i 1 punkt czerwony. Rozpatrujemy wszystkie możliwe wielokąty o wierzchołkach w tych punktach. Których wielokątów jest więcej: mających czerwony wierzchołek, czy mających tylko białe wierzchołki? Odpowiedź uzasadnij.
2. Boki prostokąta mają długości 10 i 24. Przekątną podzielono ten prostokąt na dwa trójkąty. Oblicz odległość środków okręgów wpisanych w te trójkąty.
3. Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie w punkcie A poprowadzono wspólną styczną BC (punkty B i C są punktami styczności). Udowodnij, że odcinki AB i AC są prostopadłe.



KLASY TRZECIE

1. Czworokąt wypukły $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Jego przekątne przecinają się w punkcie E , a kąt BEC jest kątem rozwartym. Prosta przechodząca przez punkt C i prostopadła do prostej AC przecina prostą przechodzącą przez punkt B i prostopadła do prostej BD w punkcie F . Wykaż, że proste EF i AD są prostopadłe.
2. Niech $[XYZ]$ oznacza pole trójkąta XYZ . W czworokącie wypukłym $ABCD$ zachodzi $\sphericalangle DAB + \sphericalangle ABC = 90^\circ$, a punkt M jest środkiem boku CD . Znając długości boków AD i BC , które wynoszą odpowiednio a i b , obliczyć wartość $[ABM] - [DAM] - [BCM]$.
3. Dany jest trójkąt ABC , w którym $BC = 10$, $CA = 8$. Punkt M jest środkiem boku AB . Udowodnij, że istnieje dokładnie jeden punkt leżący na okręgu o środku w punkcie M i promieniu 1 dla którego $\sphericalangle AXC = 90^\circ$