



Zestaw 16

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Udowodnij, że $\sqrt{3 - \sqrt{8}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}} = 1$
2. Liczby $a + b$, $b + c$, $c + d$, $d + e$ oraz $e + a$ są wymierne. Czy możemy stąd wnioskować, że liczby a , b , c , d , e są wymierne? Odpowiedź uzasadnij.
3. Dodatkowo liczby wymierne a, b, c spełniają równość $a^2 + b^2 + c^2 = abc$. Udowodnij, że liczba $\sqrt{(a^3 + bc)(b^3 + ca)(c^3 + ab)}$ jest wymierna.

KLASY TRZECIE

1. W trójkącie równobocznym ABC wybrano taki punkt S , że kąt ASB ma 120° , kąt BSC 110° , a kąt CSA 130° . Udowodnij, że z odcinków AS , BS i CS da się zbudować trójkąt i oblicz kąty tego trójkąta.
2. Niech a i b będą liczbami całkowitymi. Wykaż, że jeśli 17 dzieli $2a + 3b$, to 17 dzieli również $9a + 5b$.
3. W turnieju siatkówki rozgrywanym systemem każdy z każdym brało udział 10 drużyn. Po zakończeniu turnieju okazało się, że dwie drużyny odniosły taką samą liczbę zwycięstw. Wykaż, że istnieją takie trzy drużyny A, B, C , że A wygrała z B , B wygrała z C , a C wygrała z A .