



## Zestaw 22

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Na przedłużeniu przeciwprostokątnej  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  odłożono takie odcinki  $AD$  i  $BE$ , że  $AD = AC$  i  $BE = BC$ . Wyznacz miarę kąta  $DCE$ .

2. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie

$$x \cdot y \cdot (x + 2021y) = 2021^{2022}$$

3. Punkt  $P$  jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta równobocznego  $ABC$ . Odległości punktu  $P$  od boków  $BC, CA, AB$  są równe odpowiednio  $x, y, z$ . Wykaż, że dla danego trójkąta równobocznego  $x + y + z$  jest wielkością stałą.

### KLASY TRZECIE

1. Liczby naturalne  $a, b, c, d$  spełniają równość  $ab = cd$ . Udowodnij, że liczba  $a + b + c + d$  jest złożona.

2. Udowodnij, że jeżeli liczby  $a, b, c$  są dodatnie oraz  $ab + bc + ca = 1$ , to  $a + b + c \geq \sqrt{3}$

3. Rozwiąż równanie

$$\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{\cos 2x} \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{\sin 2x} = 1$$