



## Zestaw 33

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Wykaż, że jeśli  $a, b, c, d$  są liczbami dodatnimi, to

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)}{16} \geq abcd$$

2. W liczbie, o której wiadomo, że miała co najmniej dwie cyfry, wykreślono ostatnią cyfrę. Otrzymana liczba była  $n$  razy mniejsza od poprzedniej. Jaka jest największa możliwa wartość  $n$ ?

3. Jaką maksymalną liczbę królów można ustawić na szachownicy  $8 \times 8$  tak, żeby żadne dwa nie były się?

### KLASY TRZECIE

1. W trójkącie równoramiennym  $ABC$  o podstawie  $AB$  dwusieczna kąta  $ACB$  przecina prostą  $AB$  w punkcie  $D$ , a dwusieczna kąta  $BAC$  przecina prostą  $BC$  w punkcie  $E$ . Wyznacz kąt  $BAC$ , jeśli wiadomo, że  $AE = 2 \cdot CD$

2. Znajdź największą liczbę pięciocyfrową składającą się z niezerowych cyfr, która ma następujące własności:

- pierwsze trzy cyfry tworzą liczbę, która jest 9 razy większa od liczby utworzonej przez dwie ostatnie cyfry,
- trzy ostatnie cyfry tworzą liczbę, która jest 7 razy większa od liczby utworzonej przez pierwsze dwie cyfry.

3. Na pewnej wyspie żyją trzy rodziny. Do każdej z nich należy dwóch synów i dwie córki. Na ile sposobów można zaaranżować sześć małżeństw (kobieta + mężczyzna) pomiędzy tymi osobami, zakładając, że małżeństwa pomiędzy rodzeństwem są zabronione.