



Zestaw 4

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dziadek ma dwa razy tyle lat, ile miała babcia wtedy, gdy dziadek miał tyle, ile babcia ma teraz. Razem mają 140 lat. Po ile lat liczy każde z nich?
2. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^5 - n$ jest podzielna przez 5.
3. Rozszyfruj poniższy przykład na dodawanie, w którym jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry, a różnym literom – różne cyfry (wystarczy podać rozwiązanie bez uzasadnienia, że jest ono jedynym).

$$\begin{array}{r} A B C D E E E \\ + A F F F H E H \\ \hline F H H A B C D H E \end{array}$$

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Na ile sposobów można n kul rozmieścić w n pudełkach tak, żeby dokładnie dwa pudełka zostały puste? Załóż, że $n \geq 3$ oraz zarówno kule jak i pudełka są między sobą rozróżnialne.
2. Dany jest prawidłowy ostrosłup czworokątny. Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i równoległą do krawędzi bocznej skośnej względem tej przekątnej jest równe P . Pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich boków podstawy i środek wysokości ostrosłupa wynosi S . Oblicz iloraz $\frac{P}{S}$.
3. Dla jakich $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ liczby

$$\operatorname{tg}(x), 1, \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}$$

w podanej kolejności są trzema początkowymi wyrazami rosnącego ciągu arytmetycznego (a_n) ? Dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ oblicz sumę $a_n + a_{n+1} + \dots + a_{2n}$.