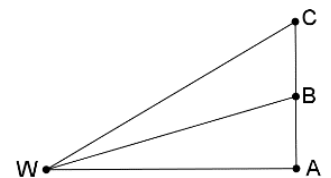




Zestaw 18

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Operacją nazwiemy przyporządkowanie trójce liczb (a, b, c) nowej trójki liczb $(b + c, c + a, a + b)$. Po wykonaniu 2023 takich operacji na otrzymywanych trójkach liczb, startując od trójki $(1, 3, 5)$ otrzymano (x, y, z) . Ile wynosi różnica $x - y$?
2. Na każdej ścianie sześcianu napisano pewną dodatnią liczbę całkowitą. Następnie w każdym wierzchołku sześcianu umieszczono liczbę, która jest równa iloczynowi liczb znajdujących się na ścianach, do których ten wierzchołek należy. Oblicz sumę liczb znajdujących się na wszystkich ścianach, wiedząc, że suma liczb umieszczonych w wierzchołkach wynosi 70.
3. Punkty W, A, B, C są położone na płaszczyźnie tak, jak na rysunku obok (punkty A, B, C są współliniowe, kąt WAC jest prosty). Z punktów A, B i C widać wierzchołek wieży, której podstawa znajduje się w punkcie W odpowiednio pod kątami 60° , 45° , 30° . Wykaż, że $AB = BC$.



KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Dany jest trójkąt ABC o polu równym 1, w którym długości boków spełniają nierówności: $a \geq b \geq c$. Udowodnij, że $b \geq \sqrt{2}$.
2. W trójkącie ABC CD jest dwusieczną. Udowodnij, że $CD^2 = ab \left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)$.
3. Czworokąt ABCD wpisany jest w okrąg. Na tym okręgu leży punkt P. Udowodnij, że iloczyn odległości punktu P od prostych AB i CD jest równy iloczynowi odległości punktu P od prostych BC i DA.