



Zestaw 19

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Wyznacz wszystkie naturalne liczby czterocyfrowe \overline{abcd} , które spełniają równanie:

$$\overline{abcd} = 22 \cdot \overline{ab} + 23 \cdot \overline{cd}$$

Zapis \overline{abc} ... oznacza liczbę naturalną, której kolejnymi cyframi są a, b, c, \dots

2. Wyznacz wszystkie pary (m, n) liczb całkowitych spełniające równanie:

$$\frac{m^2}{2} + \frac{5}{n} = 7$$

3. Na globusie w kształcie kuli o promieniu R zakreślono cyrklem o rozwarości R okrąg (nóżkę cyrkla umieszczono na biegunie). Jaka jest długość narysowanego równoleżnika?

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n liczba $4^n + 15n - 1$ jest podzielna przez 9.

2. Wykaż, że $n > 1$ różnych okręgów dzieli płaszczyznę na co najwyżej $n^2 - n + 2$ obszarów.

3. Udowodnij, że dla $n \geq 7$ możemy tak umieścić w wierzchołkach n -kąta foremnego różne liczby od 1 do n , by wartość bezwzględna różnicy liczb z każdych dwóch sąsiednich wierzchołków była kwadratem liczby naturalnej.