



## Zestaw 20

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Udowodnij wzór:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

2. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  liczba  $n^3 + 2n$  jest podzielna przez 3.

3. Wujek Antoni złowił pewną liczbę ryb. Trzy największe spośród nich dał cioci Halinie, w wyniku czego waga złowionych ryb zmalała o 35%. Następnie trzy najmniejsze ryby dał sąsiadowi, zmniejszając wagę pozostałych ryb o  $\frac{5}{13}$ . Ile ryb złowił wujek Antoni?

### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Ile jest dodatnich liczb całkowitych, których największy dzielnik właściwy (tzn. dzielnik różny od 1 i od danej liczby) wynosi 91?

2. Dla jakich wielkości parametru  $k$  proste:  $kx + y = 2$  oraz  $x + ky = k + 1$  przetną się we wnętrzu kwadratu, którego punkty A (2, -2) i C (-2, 2) są końcami przekątnej?

3. Dla jakich wartości parametru  $p$  równanie

$$\frac{\log(px^2)}{\log(x+1)} = 2$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie?