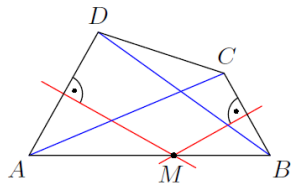
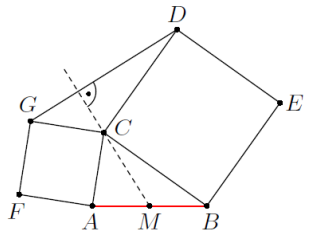
Zestaw 29

KLASY PIERWSZE I DRUGIE



1. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $\measuredangle DAB = \measuredangle ABC$. Symetralne odcinków AD i BC przecinają się w punkcie M leżącym na odcinku AB . Udowodnić, że $AC = BD$.



2. Na bokach BC i CA trójkąta ABC zbudowano po jego zewnętrznej stronie kwadraty $BCDE$ oraz $CAFG$. Prosta przechodząca przez punkt C i prostopadła do prostej DG przecina odcinek AB w punkcie M. Udowodnić, że $AM = MB$.

3. Oblicz wartość ułamka $\frac{36\cdot 18^n - 8\cdot 2^{n-4}\cdot 9^n - 3^{n+1}\cdot 6^{n+1}}{18^{n-1}}$, gdzie n jest liczbą naturalną.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Oblicz $\sqrt{\underbrace{44\ldots4}_{2n} + \underbrace{11\ldots1}_{n+1} - \underbrace{66\ldots6}_{n}}$

2. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele trójek (a, b, c) dodatnich liczb całkowitych spełniających równość.

$$a^3 + 3b^6 = c^2$$

3. Dany jest okrąg o i jego cięciwa AB niebędąca średnicą. Na okręgu o wybieramy punkt P, różny od punktów A i B. Punkty Q i R leżą odpowiednio na prostych PA i PB, przy czym $QP = QB$ oraz $RP = RA$. Punkt M jest środkiem odcinka QR. Wykazać, że wszystkie uzyskane w ten sposób proste PM (odpowiadające różnym położeniom punktu P na okręgu o) mają punkt wspólny.

Rozwiązania należy oddać do piątku 21 kwietnia do godziny 15.10 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do północy w piątek 21 kwietnia.