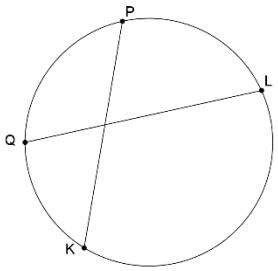
Zestaw 19

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC. Punkt D jest rzutem prostokątnym punktu C na prostą AB. Wykazać, że $\measuredangle ACD = \measuredangle BCO$.

2. Na brzegu jeziora w kształcie koła znajdują się cztery przystanie: K, L, P, Q. Z przystani K wypływa kajak kierując się do przystani Q, a z przystani L w tym samym momencie wypływa łódka kierując się do przystani P. Wiadomo, że gdyby zachowując swe prędkości kajak popłynął w kierunku przystani P, a łódka w kierunku przystani Q, to doszłoby do zderzenia. Udowodnij, że kajak i łódka dobiją do celu w tym samym czasie.



3. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, przy czym $\measuredangle ACB = 60°$. Punkty D i E są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów A i B na proste BC i AC. Punkt M jest środkiem boku AB. Wykazać, ze trójkąt DEM jest równoboczny.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Okrąg o środku w punkcie S i wpisany w czworokąt wypukły ABCD jest styczny do boków AB, BC, CD, DA odpowiednio w punktach K, L, M, N. Proste KL i MN przecinają się w punkcie T. Wykaż, że proste BD i ST są prostopadłe.

2. Dany jest trójkąt ABC. Punkty E i F leżą na prostej AB oraz spełniają równości

$$CE = CF = \frac{AB + BC + CA}{2}$$

Udowodnić, że okrąg opisany na trójkącie EFC jest styczny do okręgu dopisanego do boku AB trójkąta ABC.

3. Wyznacz taką największą liczbę naturalną k, aby dla każdej liczby naturalnej nieparzystej n liczba $n^6 - n^4 - n^2 + 1$ była podzielna przez 2^k

Rozwiązania należy oddać do piątku 24 lutego do godziny 12.10 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do piątku 17 lutego do północy.