Zestaw 25

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Punkty K i L leżą na bokach AD i BC równoległoboku $ABCD$, przy czym $AK = LC$. Punkt P leży na boku CD. Pokazać, że jeśli prosta KL przecina proste AP i BP odpowiednio w punktach M i N, to pole trójkąta PMN jest równe sumie pól trójkątów AKM i BLN.

2. Czworokąt wypukły $ABCD$ ma pole równe 1. Punkt K jest symetryczny do punktu B względem punktu A, punkt L jest symetryczny do punktu C względem punktu B, punkt M jest symetryczny do punktu D względem punktu C, punkt N jest symetryczny do punktu A względem punktu D. Oblicz pole czworokąta $KLMN$.

3. Punkt S leży wewnątrz sześciokąta foremnego $ABCDEF$. Udowodnij, że suma pól trójkątów ABS, CDS, EFS jest równa połowie pola sześciokąta $ABCDEF$.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Kwadrat podzielono prostymi równoległymi do jego boków na 1999^2 kwadracików. Czy można pociąć ten kwadrat wzdłuż linii podziału na 10000 prostokątów, których przekątne są równe?

2. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $x^2 - 7y = 10$

3. Rozwiąż równanie

$$\left[\frac{5+6x}{8}\right] = \frac{15x-7}{5}$$

gdzie $[a]$ oznacza cechę liczby a, czyli największą liczbę całkowitą mniejszą lub równą a.

Rozwiązania należy oddać do piątku 22 marca do godziny 15.10 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do piątku 22 marca do północy.