

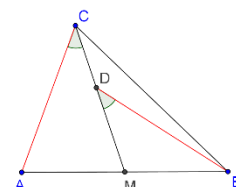


## Zestaw 31

---

### KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$  trójkąta  $ABC$ . Na środkowej  $CM$  znajduje się taki punkt  $D$ , że  $AC = BD$ . Udowodnij, że  $\sphericalangle MCA = \sphericalangle MDB$ .



2. Czy istnieje taka całkowita dodatnia liczba  $n$ , że  $2n$  jest kwadratem liczby całkowitej, zaś  $1024n$  jest czwartą potęgą liczby całkowitej? Odpowiedź uzasadnij.

3. Pan Kowalski sprzedaje buty. Dziś rano przyszedł do niego klient i dość szybko zdecydował się na mokasyny za 80 zł. Wręczył panu Kowalskiemu banknot 200 zł, ale ten niestety nie miał wydać. Poszedł więc do sąsiedniego kiosku i rozmienił 200 zł. Klient zabrał buty i 120 zł reszty i poszedł. Po dziesięciu minutach do sklepu pana Kowalskiego wpadł zdenerwowany właściciel kiosku stwierdzając, że wręczony mu banknot 200 zł jest fałszywy. Niestety, klient dawno zniknął i pan Kowalski musiał oddać 200 zł z własnych pieniędzy. Pan Kowalski był smutny – dzień się tak dobrze zapowiadał, a on tyle stracił. No właśnie – ile stracił? Przyjmujemy, że buty były warte 80 zł.

### KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Czy istnieją takie cztery dodatnie liczby całkowite, że dowolne dwie z nich mają największy wspólny dzielnik większy od 1, a dowolne trzy z nich mają największy wspólny dzielnik równy 1? Odpowiedź uzasadnij

2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

3. Jakie są dwie ostatnie cyfry liczby  $2011^{2011}$ . Odpowiedź uzasadnij.