



Zestaw 32

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Liczby naturalne od 1 do 101 zapisane po kolei tworzą w ten sposób liczbę. Rozstrzygnij, czy ta liczba jest złożona. Czy jest ona kwadratem pewnej liczby naturalnej?
2. Wykaż, że dla każdego $x \neq 0$ zachodzi nierówność

$$x^{10} + \frac{1}{x^{10}} + (x^2 + x^4 + x^6 + x^8)\left(1 + \frac{1}{x^{10}}\right) \geq 10$$

3. W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczną kąta A . Wyznaczyć kąty trójkąta ABC , jeśli środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC jest jednocześnie środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC .

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Wyznacz wszystkie liczby naturalne, które są 11 razy większe od sumy swych cyfr.
2. Niech d_1, d_2, d_3, d_4 będą odległościami punktu wewnętrznego czworokąta wypukłego od jego wierzchołków. Wykaż, że

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \geq 2\sqrt{2S}$$

gdzie S oznacza pole czworokąta.

3. Czy istnieje ostrosłup, którego podstawą jest czworokąt wypukły i którego dwie przeciwległe ściany są prostopadłe zarówno do siebie, jak i do podstawy ostrosłupa? Odpowiedź uzasadnij.