



Zestaw 4

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dwóch uczonych napisało na siedmiu kartkach liczby od 5 do 11. Przemieszawszy te karteczki pierwszy wziął trzy z nich a drugi dwie, a ostatnie dwie, nie patrząc, co jest na nich napisane, wyrzucili do kosza. Zajrzawszy do swoich kartek pierwszy uczoney powiedział do drugiego: „Wiem, że suma liczb na twoich kartkach jest liczbą parzystą”. Jakie liczby były napisane na kartkach pierwszego uczonego?
2. Czy można w komórkach tablicy 6×6 umieścić liczby naturalne w ten sposób, że w każdym prostokącie 4×1 suma liczb jest liczbą parzystą, a suma wszystkich liczb w tej tablicy jest liczbą nieparzystą?
3. Punkt P jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta równobocznego ABC . Odległości punktu P od boków BC , CA , AB są odpowiednio równe x , y , z . Wykaż, że dla danego trójkąta $x + y + z$ jest wielkością stałą.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Czy można wypełnić tablice:
 - a) 4×4
 - b) 5×5liczbami w ten sposób, by iloczyn w każdej kolumnie był liczbą dodatnią, a w każdym wierszu liczbą ujemną?
2. Wokół fontanny na dziedzińcu pałacu cesarza ustawiono dziesięć posągów różnej wagi. Cesarz, wielki miłośnik sztuki i matematyki rozkazał, by pomiędzy każdymi dwoma posągami umieścić kulę, której waga równa jest różnicy wag tych posągów. Nadworny matematyk zauważył, że w takim przypadku kule można podzielić na dwie grupy o równych ciężarach. Czy matematyk miał rację?
3. Udowodnij, że obraz ortocentrum trójkąta w symetrii względem prostej zawierającej bok trójkąta leży na okręgu opisanym na tym trójkącie.