



Zestaw 11

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Dodatnie liczby rzeczywiste a, b mają tę własność, że liczba $\frac{a-b}{a+b}$ jest wymierna. Udowodnij, że liczba $\frac{2a-b}{2a+b}$ też jest wymierna.
2. Dane są nieujemne liczby wymierne a i b . Udowodnij, że jeżeli suma $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ jest wymierna, to każda z liczb \sqrt{a}, \sqrt{b} jest wymierna.
3. Udowodnij, że liczba $\log_2 3$ jest niewymierna.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Miara każdego kąta sześciokąta $ABCDEF$ jest równa 120° . Udowodnij, że symetralne odcinków AB, CD i EF przecinają się w jednym punkcie.
2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ i punkt O wewnątrz niego, przy czym zachodzą równości: $AO = BO, CO = DO$ i $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD = 120^\circ$. Dowieść, że środki odcinków AB, BC i CD są wierzchołkami trójkąta równobocznego.
3. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC , przy czym $\sphericalangle ACB = 60^\circ$. Punkty D i E są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów A i B na proste BC i AC . Punkt M jest środkiem boku AB . Wykazać, że trójkąt DEM jest równoboczny.