



Zestaw 14

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. W pewnym turnieju uczestniczyło 7 drużyn. Każda drużyna rozegrała z każdą inną dokładnie jeden mecz. Za zwycięstwo w meczu drużyna otrzymywała 3 punkty, za porażkę 0 punktów, a za remis 1 punkt. Po turnieju okazało się, że suma punktów zdobytych przez wszystkie drużyny wynosi 56. Wykaż, że istnieje takich pięć drużyn, z których każda co najmniej jeden raz zremisowała.

2. Znajdź wszystkie liczby naturalne n , dla których liczba $\left[\frac{n^2}{5}\right]$ jest liczbą pierwszą.

3. Rozwiąż równanie: $[x] = \frac{2x \cdot \{x\}}{x + \{x\}}$

Uwaga! Symbol $[a]$ oznacza największą liczbę całkowitą mniejszą lub równą a , a liczba $\{a\}$ dana jest wzorem $\{a\} = a - [a]$.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Wyznacz największą liczbę naturalną k taką, że liczba $2024!$ jest wielokrotnością liczby 10^k

2. Udowodnij, że żaden element zbioru $S = \{6n + 2; n \in N\}$ nie jest kwadratem liczby całkowitej.

3. Udowodnij, że $(2n + 2)$ – cyfrowa liczba $\underbrace{11 \dots 1}_n \underbrace{22 \dots 2}_{n+1} 5$ jest, dla dowolnego n , kwadratem liczby naturalnej.