



Zestaw 16

KLASY PIERWSZE I DRUGIE

1. Oblicz $x^2 + y^2 + z^2 - xyz$

dla $x = 999\frac{1}{999}$, $y = 1000\frac{1}{1000}$, $z = 999000\frac{1}{999000}$

2. Uzasadnij, że dowolnej liczby naturalnej n :

$$(n + 1)(n + 2)(n + 3) \cdot \dots \cdot 2n = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)$$

3. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n liczba $4^n + 15n - 1$ jest podzielna przez 9.

KLASY TRZECIE I CZWARTE

1. Znajdź liczbę c , dla której granica ciągu o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{3^{n+c} - 2^n}{\sqrt{5^n + 9^{n-2c}}}$$

Jest równa 2.

2. Oblicz $\log_9 \cos \frac{11\pi}{6} - \log_9 \sin \frac{29\pi}{6}$

3. Dana jest półsfera o promieniu R i leżące na niej dwa styczne do siebie okręgi o promieniu r . Wyznacz największą odległość między dwoma punktami należącymi do tych okręgów.